	INSTITUCIÓN EDUCATIVA MADRE LAURA
	HACIA LA TRANSFORMACION CON AMOR
	NIT 8060035965- DANE 113001002413

QUÉDATE EN CASA

GUIA DE APRENDIZAJE N° 7–AREA de Matemática 11°

Docente: Fabián Tafur Raad
Periodo: 3
Tema: Sucesiones y Límites.
Duración: 15 de septiembre al 28 de septiembre.
Fecha final de revisión:28 de septiembre del 2021.
Lugar de envió: Los talleres se pueden elaborar en grupos virtuales de 2 a 4 estudiantes y enviarlos al WhatsApp 3235960953 o al correo electrónico faeltara07@hotmail.com
Los trabajos los puedes enviar en formato de fotos, documentos Word, PDF, diapositivas o de cualquier forma digital que se te facilite.

Propósito de aprendizaje:

Describir el comportamiento de las sucesiones e identificar características propias de ellas para la toma de decisiones acertadas en los diferentes campos de aplicación.

Evidencias de aprendizaje:

- Identificar una sucesión como una secuencia numérica.
- Caracterizar sucesiones según su tipo y orden.
- Interpretar el comportamiento de las sucesiones para la toma de decisiones según su campo de aplicación.

INTRODUCCIÓN

¿Qué tienen en común conceptos tan dispares como el número de conejos hijos engendrados por una pareja de conejos, la estructura de un copo de nieve o el interés que obtenemos al depositar determinada cantidad de dinero en una entidad financiera?

Detrás de estos casos nos encontramos con el concepto de sucesión. Las sucesiones numéricas tienen gran importancia y utilidad en muchísimos aspectos de la vida real, alguno de los cuales irás descubriendo a lo largo de este capítulo.

Además, reflexionamos sobre el infinito, ¿qué se entiende por límite de una sucesión? Ya los griegos se preguntaban si algo con un número infinito de sumandos podía dar un resultado finito, como en la célebre Paradoja de Aquiles y la tortuga.

INDAGACIÓN

Estilos de vida saludable

Para una relación huésped – parásito, se determinó que cuando la densidad de huéspedes (número de huéspedes por unidad de área) es x, el número de parásitos es p, con $p(x) = \dfrac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + x + 1}$.

- ¿Qué sucede con el número de parásitos cuando la densidad de huéspedes es muy grande?
- ¿Cómo evitas el contacto con parásitos?

CONCEPTUALIZACIÓN

Una **sucesión de números reales** es una relación del conjunto de los números naturales con el conjunto de los números reales. Establecer una sucesión es encontrar una regla o **término general** que asigna a cada número natural n un único número real, a_n, conocido como **enésimo término** de la sucesión.

Muchas sucesiones quedan determinadas por su término general, a_n, que suele ser una expresión algebraica en términos de la variable indeterminada n.

Algunas veces, las sucesiones se determinan por sus primeros términos que, en ocasiones, permiten también intuir el valor del término general.

Ejemplo 1

Para encontrar los cinco primeros términos de una sucesión, se sustituye sucesivamente n por 1, 2, 3, 4 y 5 en el término general. El décimo término se encuentra al reemplazar n por 10. Para las sucesiones b_n y c_n dadas se tiene que:

Sucesión	Primeros cinco términos	Décimo término
$b_n = \frac{n}{n+1}$	$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$	$\frac{10}{11}$
$c_n = (-1)^{n+1}\frac{1}{n}$	$1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}$	$-\frac{1}{10}$

1.1 Sucesiones monótonas

Una sucesión a_n es **monótona creciente** si $a_n \leq a_{n+1}$ para todo n, es decir, si cada término de la sucesión es mayor o igual que el anterior y **estrictamente creciente** si $a_n < a_{n+1}$ para todo n.

Una sucesión a_n es **monótona decreciente** si $a_n \geq a_{n+1}$ para todo n, es decir, si cada término de la sucesión es menor o igual que el anterior y **estrictamente decreciente** si $a_n > a_{n+1}$ para todo n.

Ejemplo 2

Son ejemplos de sucesiones estrictamente crecientes:

$$a_n = \frac{7n+3}{2n+1} = \left\{\frac{10}{3}, \frac{17}{5}, \frac{24}{7}, \frac{31}{9}, \frac{38}{11}, \ldots\right\}$$

$$a_n = 2n^{n+1} = \{2, 16, 162, 2\,048, 31\,250, \ldots\}$$

Esto sucede porque en ambas $a_1 < a_2 < a_3 < \ldots < a_n < a_{n+1}$, es decir, los valores de los términos de cada sucesión aumentan progresivamente.

Son ejemplos de sucesiones decrecientes:

$$a_n = \frac{n}{n^2+1} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{4}{17}, \frac{5}{26}, \ldots \right\}$$

$$a_n = \frac{\sqrt{n+1}}{n} = \left\{ \sqrt{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{4}}{3}, \frac{\sqrt{5}}{4}, \frac{\sqrt{6}}{5}, \ldots \right\}$$

Esto sucede porque en ambas $a_1 > a_2 > a_3 > \ldots > a_n > a_{n+1}$, es decir, los valores de los términos de la sucesión disminuyen progresivamente.

Ejemplo 3

Para mostrar que $a_n = \dfrac{1}{n^2+1}$ es una sucesión estrictamente decreciente, debe probarse que $a_n > a_{n+1}$ para todo número natural n; esto significa que:

$$\frac{1}{(n+1)^2+1} < \frac{1}{n^2+1}$$

En efecto, puesto que $(n + 1)^2 > n^2 + 1$ y ambos son positivos; entonces, por las propiedades de las desigualdades:

$$\frac{1}{(n+1)^2+1} < \frac{1}{n^2+1}$$

Luego, $a_n > a_{n+1}$, así que a_n es estrictamente decreciente.

Ejemplo 4

La sucesión $a_n = 1^n = \{1, 1, 1, 1, 1, \ldots\}$ es una sucesión **constante**, ya que todos sus términos son iguales, es decir, $a_n = a_{n+1}$ para todo n.

1.2 Sucesiones acotadas

Una **sucesión** está **acotada superiormente** si existe algún número real mayor o igual que todos los términos de la sucesión. Es decir, existe $M \in \mathbb{R}$, tal que:

$$a_n \leq M \text{ para todo } n.$$

Una **sucesión** está **acotada inferiormente** si existe algún número real menor o igual que todos los términos de la sucesión. Es decir, existe $m \in \mathbb{R}$, tal que:

$$a_n \geq m \text{ para todo } n.$$

Una **sucesión** acotada superior e inferiormente a la vez se dice que es **acotada**.

Ejemplo 5

- La sucesión $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, ...\right\}$ es una sucesión acotada, puesto que $0 < a_n \leq 1$. Una cota superior de la sucesión es 1 y una inferior es 0.
- Para $a_n = \frac{5}{n+1} = \left\{\frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}, 1, \frac{5}{6}, ...\right\}$, se tiene que $0 < a_n \leq 5$ para todo n. Así, una cota superior de la sucesión es 5 y una inferior es 0.
- La sucesión $a_n = 2n + 1 = \{3, 5, 7, 9, 11, ...\}$ es acotada inferiormente por $m = 3$, pero no tiene una cota superior.

Ejemplo 6

Se quiere demostrar que la sucesión $a_n = \frac{2n+3}{n+3}$ es acotada superiormente y monótona creciente.

Para demostrar que es acotada superiormente, se debe encontrar un número real M que sea mayor o igual que todos los a_n:

$$a_n = \frac{2n+3}{n+3} < \frac{2n+3+3}{n+3} = \frac{2(n+3)}{n+3} = 2 \Rightarrow$$ Por tanto, el número buscado puede ser $M = 2$.

Para demostrar que es creciente, se debe comprobar que $a_n \leq a_{n+1}$, para cualquier valor de n. Pero eso es equivalente a comprobar que $a_{n+1} - a_n \geq 0$, para cualquier n:

$$a_{n+1} - a_n = \frac{2(n+1)+3}{(n+1)+3} - \frac{2n+3}{n+3} = \frac{(2n+5)(n+3)-(2n+3)(n+4)}{(n+4)+(n+3)}$$

$$= \frac{3}{(n+4)(n+3)} \geq 0$$ pues tanto el numerador como el denominador son siempre positivos.

APLICACIÓN

PRACTICO LO QUE APRENDI

La importancia de las sucesiones en la vida diaria es de gran importancia porque nos permite conocer e identificar muchas características existentes por ejemplo en el crecimiento de la población de animales, humanos, bacterias etc… por que se le pide analizar los siguientes videos y realizar una respectiva síntesis de ellos.

a. https://youtu.be/GmKoGHGXv1k
b. https://youtu.be/rTsscYaP7kI

2. de la página 75 del texto guía desarrollar los ejercicios 1 al 6 realizando 3 encisos en cada uno de ellos.

3. desarrollar el ejercicio 7 de la pagina 75.

ESTRATEGIA DE EVALUACIÓN

Entrega y revisión de la Guía de aprendizaje.
Interpretación, planteamiento y solución de ejercicios.
Síntesis de videos.
Participación y Sustentación del trabajo.

AUTOEVALUACIÓN

¿QUÉ APRENDÍ?

¿Qué sabia?	¿Qué he ido aprendiendo?	¿Qué sé ahora?

Valoraciones	
Propuestas de mejora	