GUIA DE APRENDIZAJE N° 6–AREA de Matemática 11°

Docente: Fabián Tafur Raad
Periodo: 3
Tema: Funciones definidas a trozos y función valor absoluto.
Duración: 12 de agosto al 27 de agosto.
Fecha final de revisión:28 de agosto del 2021.
Lugar de envió: Los talleres se pueden elaborar en grupos virtuales de 2 a 4 estudiantes y enviarlos al WhatsApp 3235960953 o al correo electrónico faeltara07@hotmail.com
Los trabajos los puedes enviar en formato de fotos, documentos Word, PDF, diapositivas o de cualquier forma digital que se te facilite.

Propósito de aprendizaje:

Reconocer las características de las funciones valor absoluto y las definidas a trozos para modelar fenómenos por medio de ellas.

DBA:

Usa propiedades y modelos funcionales para analizar situaciones y para establecer relaciones funcionales entre variables que permiten estudiar la variación en situaciones intraescolares y extraescolares.

Evidencias de aprendizaje:

- Plantea modelos funcionales en los que identifica el dominio, el recorrido y otras características de las funciones.

- Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.

INTRODUCCIÓN

En matemáticas, una función definida a trozos (también denominada función multipartes, función por partes, función por pedazos, función por intervalo, función seccionada o función definida por tramos) es una función cuya definición, (la regla que define la dependencia), llamada *regla de correspondencia*, cambia dependiendo del valor de la variable independiente.

Formalmente, una función real f (definida a trozos) de una variable real x es la relación cuya definición está dada por varios conjuntos disjuntos de su dominio (conocidos como subdominios).

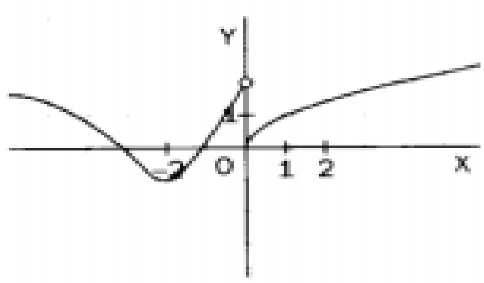
La palabra "A trozos" se usa para describir cualquier propiedad de una función definida a trozos que se cumple para cada trozo, aunque podría no cumplirse para todo el dominio de f.

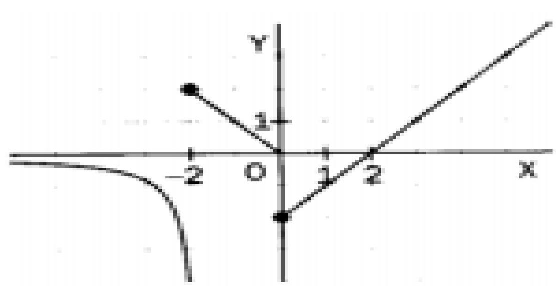
En matemáticas, el **valor absoluto** o **módulo** de un número real **x**, denotado por **IxI**, es el valor no negativo de **x** sin importar el signo, sea este positivo o negativo. Así, 4 es el valor absoluto de +4 y de -4.

El valor absoluto está vinculado con las nociones de magnitud, distancia y norma en diferentes contextos matemáticos y físicos. El concepto de valor absoluto de un número real puede generalizarse a muchos otros objetos matemáticos, como son los cuaterniones, anillos ordenados, cuerpos o espacios vectoriales.

INDAGACIÓN

Para cada una de las siguientes funciones graficadas calcule: f(0), f(1) y f(-2)





CONCEPTUALIZACIÓN

Las **funciones seccionadas**, **segmentadas** o **definidas por partes** o **a trozos**, son funciones que se definen de un modo u otro según el valor que toma la variable x.

Una función formada por la unión de dos o más **funciones**, cada una de ellas definida en intervalos disyuntos, recibe el nombre de función **seccionada** o función a trozos.

Por ejemplo:

Ejemplo 1

Para graficar la función $f(x)$, se analizan los intervalos en los que está definida.

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, \text{ si } x < -3 \\ 5 - x^2, \text{ si } -3 \leq x \leq 2 \\ \dfrac{2x-4}{x}, \text{ si } x > 2 \end{cases}$$

- El primer intervalo es $(-\infty, -3)$. La función es la recta $x - 1$.
- En $[-3, 2]$, la gráfica corresponde a una parábola que abre hacia abajo.
- En $(2, \infty)$, la representación gráfica es una curva ascendente.

Observa que en el punto (2, 1) de la gráfica aparece un punto relleno. Esto es debido a que el intervalo $[-3, 2]$ es cerrado en 2. De otra parte el punto (2, 0) de la gráfica se ha representado con un punto vacío, debido a que el intervalo $(2, +\infty)$ es abierto en 2. Observa la Figura 2.37.

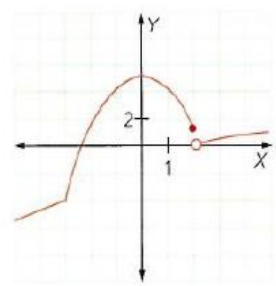
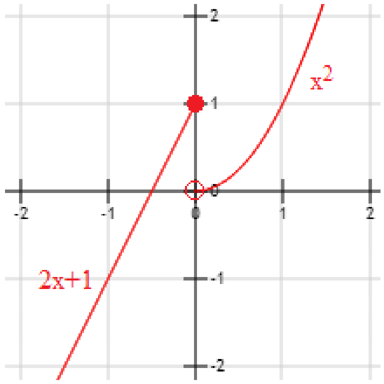


Figura 2.37

Ejemplo 2:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

En esta función, si la variable toma un valor menor o igual que 0, la definición de la función es 2x+1, mientras que si toma un valor positivo la definición de la función es x^2. Su gráfica es:



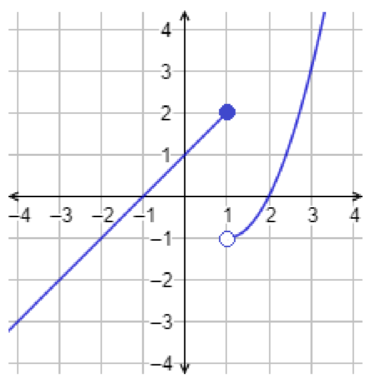
El punto sólido y el punto vacío de la gráfica indican que el valor que toma f en x = 0 es f(0) = 1 y no f(0)=0 (porque x =0 pertenece al primer intervalo de la definición de(f).

Ejemplo 3.

La siguiente función está compuesta por una función lineal y una cuadrática:

$$f(x)=\begin{cases} x+1, & \text{si } x\leq 1 \\ x^2-2x, & \text{si } x>1 \end{cases}$$

Gráfica:



Utilizamos el punto sólido y el punto vacío para enfatizar que la imagen de 1 es 2 y no -1, puesto que hay que utilizar la primera definición de la función.

Función Valor absoluto

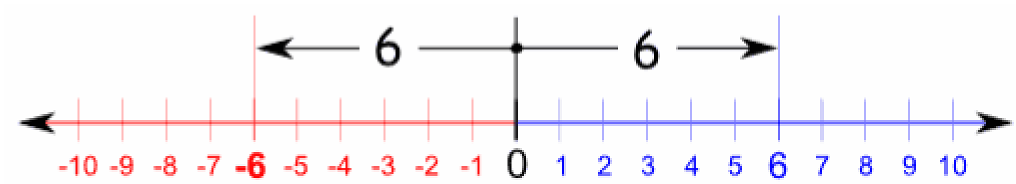
La expresión $|a|$ simboliza el **valor absoluto de un número real *a*** y representa la distancia de a a 0. El valor absoluto de un número a se define así:

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ si } a > 0 \\ 0, \text{ si } a = 0 \\ -a, \text{ si } a < 0 \end{cases}$$

La **función valor absoluto** se define de manera similar al valor absoluto de un número real mediante una función definida a trozos.

$$|f(x)| = \begin{cases} -f(x), \text{ si } x < 0 \\ f(x), \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$$

Antes de hablar de *Gráfica* de la *Función Valor Absoluto*, Recordemos que la definición del *Valor Absoluto* surge de nociones geométricas, y se relaciona con los conceptos de longitud y distancia. En palabras más simple, es a qué distancia hay de un número a cero:



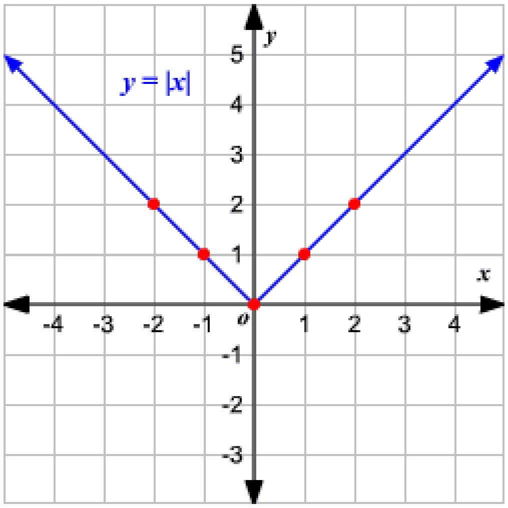
La función de **valor absoluto** tiene por ecuación, está definida como:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Para graficar la Función Valor Absoluto, se hace de manera tabular dándole valores a "X", encontrando los valores de "Y" para obtener los valores coordenados. Por ejemplo:

x	$y = \lvert x \rvert$
-2	2
-1	1
0	0
1	1
2	2

Una vez encontrado los valores coordenados, se grafican los puntos y se unen como representa la gráfica.



Sin embargo, graficaremos y analizaremos funciones valor absoluto de escritura mas complejas, y que para un mejor manejo utilizaremos el software Geogebra o simbolab.

Propiedades de la función $f(x) = |x|$

- El dominio de la función valor absoluto es el conjunto de los números reales.
- El rango es el conjunto de los números reales mayores o iguales que 0.
- La función $f(x) = |x|$ es simétrica respecto al eje Y.
- En la Figura 2.42 se representa la gráfica de la función $f(x) = |x|$. Esta consta de dos partes: la recta $y = x$, para $x \geqslant 0$, y la recta $y = -x$, para $x < 0$.

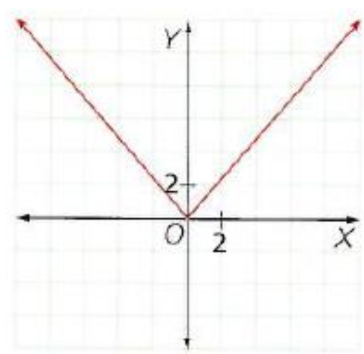


Figura 2.42

La forma general de una ecuación de valor absoluto:

$$f(x) = a|x - h| + k$$

La variable a indica qué tanto se extiende la gráfica verticalmente y si la gráfica se abre hacia arriba o hacia abajo. Las variables h y k indican qué tanto se desplaza la gráfica horizontal y verticalmente.

$$f(x) = |x - 1| + 5$$

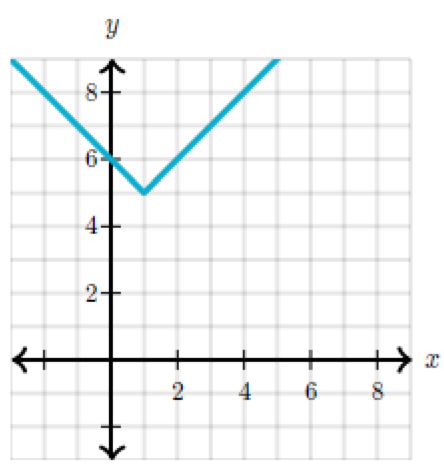
Primero, vamos a compararla con la forma general:

$$f(x) = a|x - h| + k$$

El valor de a es 1, así que la gráfica se abre hacia arriba con una pendiente de 1 (a la derecha del vértice).

El valor de h es 1 y el de k es 5, así que el vértice de la gráfica está desplazado del origen 1 unidad a la derecha y 5 hacia arriba.

Finalmente esta es la gráfica de $y = f(x)$:



Ejemplo 3.

Dada la función $f(x) = |x^2 - 1|$ graficar aplicando los siguiente pasos:

1. **El vértice** de la función, es un solo punto que tiene como coordenadas el punto $V(V_x, V_y)$.

$V_x = -b / 2a \rightarrow V_x = -0 / 2(1) \rightarrow V_x = 0 / 2 \rightarrow V_x = 0$

$V_y = f(V_x) \rightarrow V_y = f(0) \rightarrow V_y = |(o)^2 - 1| \rightarrow V_y = 1.$

El vértice es el punto cuyas coordenadas son: $V(0, 1)$

2. **El Dominio** La "x" no aparece en un denominador ni en un radical, el D_f son todos los Reales: $\mathbb{R} \rightarrow D_f: (-\infty, \infty)$

3. **El Rango** son todos los números Reales comprendidos entre $(k, \infty) \rightarrow R_f:(0, \infty)$

4. **Interceptos con el EJE X:** Hacemos $f(x) = 0$:

$x^2 - 1 = 0 \rightarrow = (x + 1)(x - 1) = 0 \rightarrow = x = -1$ y $x = 1$
factorizamos

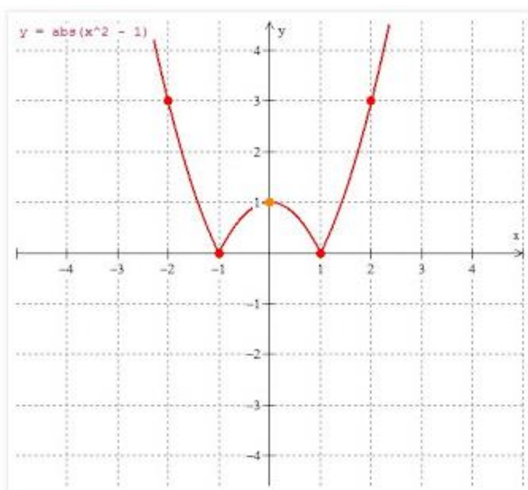
$I_x \rightarrow (-1, 0)$ y $(1, 0)$

5. **Interceptos con el EJE Y:** Solo existe un intercepto en el Eje Y que tiene coordenadas $(0, |c| + k)$:

Hacemos $X = 0 \rightarrow Y = |x^2 - 1| \rightarrow y = |-1| \rightarrow y = 1 \rightarrow I_y (0, 1)$

6. **Elaborar una tabla de datos** dando a "x" dos (2) valores anteriores a h/a y dos valores después de h/a .

	P1	P2	$V_{x, y}$	P3	P4
X	-2	.1	0	1	2
Y	3	0	1	0	3



APLICACIÓN

PRACTICO LO QUE APRENDI

El análisis de los modelos funcionales es muy importante para el avance y desarrollo de la ciencia y la vida. Por lo que te invito a que veas detenidamente los siguientes videos y de cada uno vas a realizar un buen resumen de cada uno.

a. https://youtu.be/WlEfHKlUyWo

b. https://youtu.be/AU1GVkYD78w

c. https://youtu.be/_7RHqgglfE8

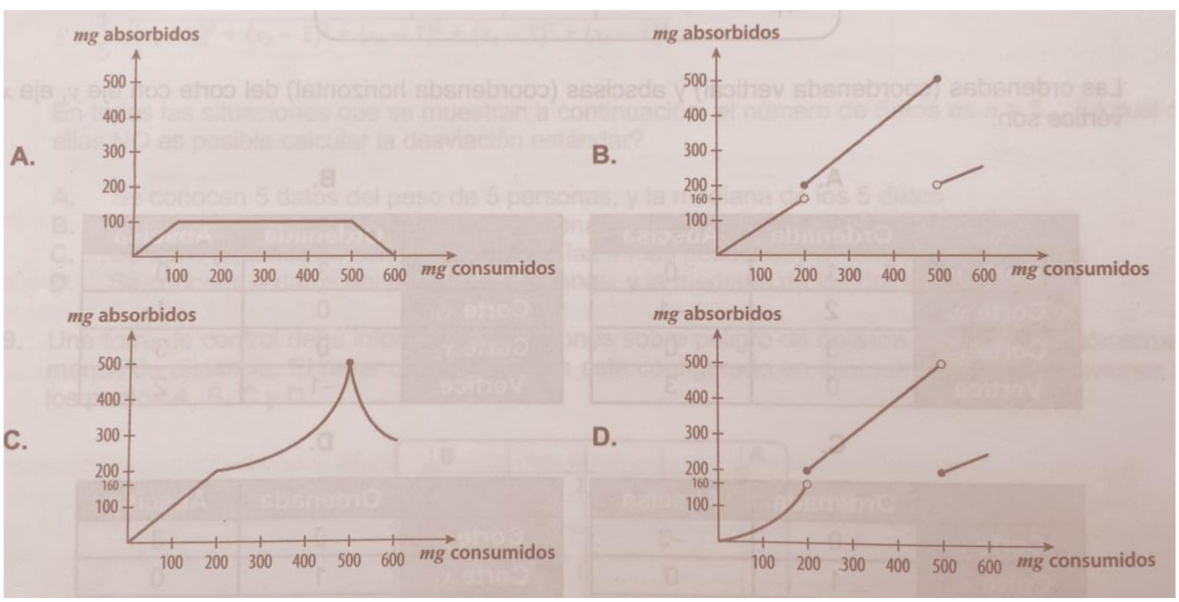
2. **Desarrollar los ejercicios 1 y 3 del texto guía, página 51.**

3. desarrollar de la página 53 los incisos a, b y e del punto 1, y la primera parte de la evaluación del aprendizaje.

4. Utilizar el proceso explicado en el ejemplo 3 de las funciones de valor absoluto para graficar y esbozar la función $\boldsymbol{F(x) = |x^2 - 5x + 6|}$

5. la absorcion de la vitamina C en el cuerpo humanodepende directamentede la dosis ingerida, si la ingesta es menor de 200 mg diarios, se absorbe el 80% ; mientras que si es de 200 mg diarios a 500 mg se absorbe totalmente, sin embargo si la ingesta es mayor de 500 mg diarios solo se absorbe el 40% de la vitamina ingerida.

La grafica que representa adecuadamente la absorcion de la vitamina C en el cuerpo es.



ESTRATEGIA DE EVALUACIÓN

Entrega y revisión de la Guía de aprendizaje.
Interpretación, planteamiento y solución de ejercicios.
Síntesis de videos.
Participación y Sustentación del trabajo.

AUTOEVALUACIÓN

¿QUÉ APRENDÍ?

¿Qué sabia?	¿Qué he ido aprendiendo?	¿Qué sé ahora?

Valoraciones	
Propuestas de mejora	