GUIA DE APRENDIZAJE N° 4 –AREA de Matemática 11°

Docente: Fabián Tafur Raad
Periodo: 2do
Tema: Función.
Duración: 21 de junio al5 de julio.
Fecha de envío: 21 de junio.
Fecha final de revisión:5 de julio del 2021.
Lugar de envió: Los talleres se pueden elaborar en grupos virtuales de 2 a 4 estudiantes y enviarlos al WhatsApp 3235960953 o al correo electrónico faeltara07@hotmail.com
Los trabajos los puedes enviar en formato de fotos, documentos Word, PDF, diapositivas o de cualquier forma digital que se te facilite.

Propósito de aprendizaje:

Reconocer las propiedades de diferentes tipos de funciones y Modelar fenómenos por medio de cualquier tipo de función.

DBA:

Usa propiedades y modelos funcionales para analizar situaciones y para establecer relaciones funcionales entre variables que permiten estudiar la variación en situaciones intraescolares y extraescolares.

Evidencias de aprendizaje:

- Plantea modelos funcionales en los que identifica variables y rangos de variación de las variables.
- Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.

INTRODUCCIÓN

En matemáticas, la función, es usada para indicar la relación o correspondencia entre dos o más cantidades, este término (función) fue usado por primera vez en 1637 por el matemático francés René Descartes para designar una potencia n de la variable x. Fue en 1694 que el matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz utilizó el término para referirse a varios aspectos de una curva, como su pendiente. Hasta que recientemente, su uso más generalizado ha sido el definido en 1829 por el matemático alemán, J.P.G. Lejeune-Dirichlet (1805-1859), quien escribió: "Una variable es un símbolo que representa un número dentro de un conjunto de ello. Dos variables x e y están asociadas de tal forma que al asignar un valor a x entonces, por alguna regla o correspondencia, se asigna automáticamente un valor a y, se dice que y es una función (unívoca) de x.

INDAGACIÓN

La tabla presenta la información sobre el gasto en publicidad y las ganancias de una empresa durante los años 2000 a 2002.

Año	Gasto en publicidad*	Ganancia obtenida*
2000	200	8.000
2001	280	10.400
2002	250	9.500
*Datos en millones de pesos.		

Tabla

La función que representa la ganancia obtenida G, en millones de pesos, en función del gasto en publicidad p, es

A. $G(p) = 30p + 2.000$
B. $G(p) = 10p$
C. $G(p) = 40p$
D. $G(p) = 40p - 800$

CONCEPTUALIZACIÓN

Una **función f** es una relación que asigna a cada elemento x de un conjunto X un único elemento y de un conjunto Y. Se llama **dominio** de f (que se indica como $D(f)$) al conjunto de valores que toma la variable independiente, x. El **recorrido** de f (que se nota como $R(f)$) es el conjunto de valores que puede tomar la variable dependiente, y, esto es el conjunto de las imágenes.

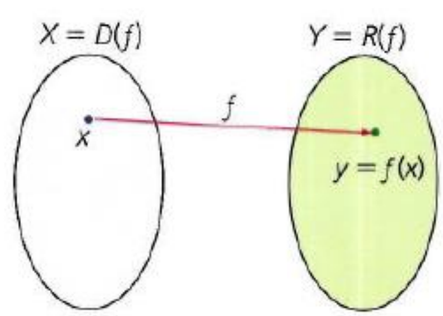


Figura 2.1

Formas de definir una función:

Las funciones se pueden determinar de varias formas:

- Mediante una tabla de valores.
- Mediante su expresión analítica.
- Mediante su gráfica.

Una **tabla de valores** es una representación de datos, mediante pares ordenados que expresan la relación entre dos variables.

La **expresión analítica** de una función es una ecuación que relaciona algebraicamente las variables que intervienen.

La **gráfica de una función** es un dibujo o boceto que permite conocer intuitivamente el comportamiento de dicha función.

x	$f(x)$
-3	13
-2	7
-1	3
0	1
1	1
2	3

Ejemplo 1

La relación $f(x) = x^2 - x + 1$ es una función que está expresada mediante su expresión analítica.

Para trazar su gráfica, puede construirse una tabla de valores.

x	$f(x)$
-3	13
-2	7
-1	3
0	1
1	1
2	3

$f(-3) = (-3)^2 - (-3) + 1 = 9 + 3 + 1 = 13$

$f(-2) = (-2)^2 - (-2) + 1 = 4 + 2 + 1 = 7$

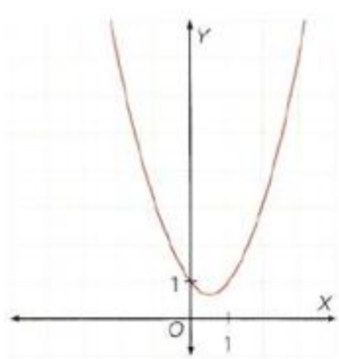
$f(-1) = (-1)^2 - (-1) + 1 = 1 + 1 + 1 = 3$

$f(0) = 0^2 - 0 + 1 = 0 - 0 + 1 = 1$

$f(1) = 1^2 - 1 + 1 = 1 - 1 + 1 = 1$

$f(2) = 2^2 - 2 + 1 = 4 - 2 + 1 = 3$

Luego, ubicamos los valores de la tabla en el plano cartesiano y uniendo estos puntos tenemos:



Puntos de cortes con los ejes y signos de una función

Los puntos de la gráfica de una función $y = f(x)$ son de la forma $(a, f(a))$ con $a \in D(f)$. En la Figura 2.5 se observa que la gráfica de f corta el eje de las abscisas en los puntos $(-3, 0)$, $(1, 0)$ y $(3, 0)$ y el eje de las ordenadas en el punto $(0, 1)$.

Las coordenadas de los puntos que pertenecen al eje X, las abscisas, son de la forma $(a, 0)$ y las de los puntos que pertenecen al eje Y, las ordenadas, son de la forma $(0, a)$.

Los **puntos de corte** de la función f con el **eje X** se calculan resolviendo la ecuación $f(x) = 0$. Puede haber más de un punto de corte de una función con el eje X.

El **punto de corte** de la función f con el **eje Y** es el punto $(0, f(0))$. Hay máximo un punto de corte con el eje Y, ya que si no, f no sería función.

Determina las coordenadas de los puntos de corte de la función f de la Figura 2.5, con los ejes de las abscisas y las ordenadas.

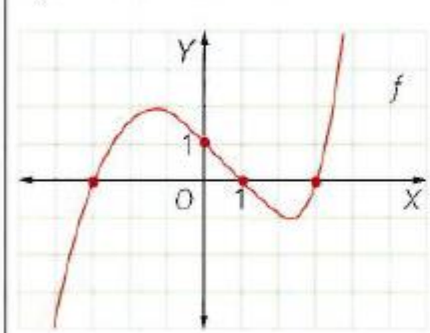


Figura 2.5

Signo de una función

Para representar una función, es útil saber en qué intervalos la gráfica de la función va por encima o por debajo del eje X, es decir, dónde se cumple que $f(x) > 0$ y dónde que $f(x) < 0$. Para ello, se deben señalar sobre el eje X los puntos de corte de la función con este y los puntos de discontinuidad y, a continuación, estudiar el signo de la función en los distintos intervalos en que el eje queda dividido.

Ejemplo:

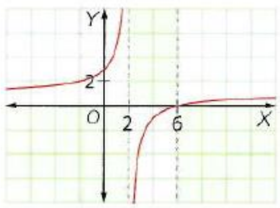


Figura 2.6

Halla los puntos de corte con los ejes y el signo de la función $f(x) = \frac{x-6}{x-2}$.

- **Puntos de corte con el eje X:** estos se encuentran resolviendo la ecuación $f(x) = 0$, es decir, $\frac{x-6}{x-2} = 0$. La única solución es $x = 6$; luego, el punto de corte de la función con el eje X es $(6, 0)$.
- **Punto de corte con el eje Y:** se calcula el valor de la función para $x = 0$. Es decir, $f(0) = \frac{0-6}{0-2} = 3$. Entonces, el punto de corte de la función con el eje Y es $(0, 3)$.
- **Signo de $f(x)$:** se debe resolver la inecuación $f(x) > 0$.

Intervalo	Signo de $f(x)$	Significado
$x < 2$	$f(0) = \frac{-}{-} = + \Rightarrow f(x) > 0$	La gráfica de $f(x)$ está por encima del eje X en $(-\infty, 2)$.
$2 < x < 6$	$f(3) = \frac{-}{+} = - \Rightarrow f(x) < 0$	La gráfica de $f(x)$ está por debajo del eje X en $(2, 6)$.
$x > 6$	$f(7) = \frac{+}{+} = + \Rightarrow f(x) > 0$	La gráfica de $f(x)$ está por encima del eje X en $(6, +\infty)$.

Tabla 2.3

En la Figura 2.6 se muestra la representación gráfica de $f(x)$.

Tipos de Funciones

Existen diferentes tipos de funciones que se pueden identificar en grandes subgrupos como Funciones Polinómiales, Funciones Racionales, funciones Radicales, exponenciales, logarítmicas, segmentadas entre otras, sin embargo, en esta guía trataremos las Polinómiales.

Funciones Polinómiales:

La función $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$, donde $a_n \neq 0$ y los exponentes de x son enteros positivos, se denomina **función polinómica de grado *n***. Las constantes $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, a_{n-3}, \dots, a_1, a_0$ se denominan **coeficientes** y a_0 se denomina **término independiente**. El dominio de las funciones polinómicas es el conjunto de los números reales.

La gráfica de $f(x) = c$ es una recta paralela al eje X; la gráfica de $g(x) = mx + b$ es una recta de pendiente m; y, $h(x) = ax^2 + bx + c$ es una parábola que abre hacia arriba, si $a > 0$, o abre hacia abajo, si $a < 0$.

Las funciones f, g y h se denominan **función constante**, **función afín** y **función cuadrática**, respectivamente; sin embargo, todas ellas son ejemplos de **funciones polinómicas**. Las funciones $f(x) = 2$, $g(x) = -x + 1$ y $h(x) = 2x^2 - 3$ son polinómicas.

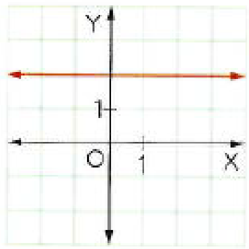


Figura 2.16

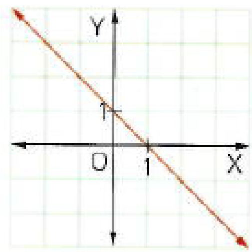


Figura 2.17

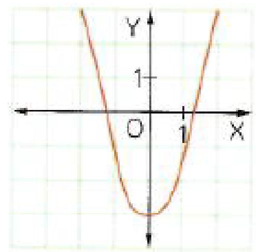


Figura 2.18

En la Tabla 2.4 se registra el grado y el término independiente de algunas funciones polinómicas.

Función polinómica	Grado	Término independiente
$r(x) = 4$	0	4
$f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 1$	4	-1
$g(x) = 5x + 2$	1	2

Tabla 2.4

Para trazar un bosquejo de la gráfica de una función polinómica se deben hallar los cortes y los signos de la función.

En la función $f(x) = x^5 + 3x^4 - x^3 - 3x^2$ se tienen:

- **Puntos de corte con el eje X**: se obtienen resolviendo la ecuación $f(x) = 0$.

$$x^5 + 3x^4 - x^3 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x + 3)(x + 1)(x - 1) = 0$$

  Hay cuatro puntos de corte con el eje X: $(-3, 0)$, $(0, 0)$, $(-1, 0)$ y $(1, 0)$.

- **Puntos de corte con el eje Y**: $(0, 0)$, ya que $f(0) = 0$.

- **Signo de la función:** se obtiene a partir de la expresión factorizada de la función $f(x) = x^2(x+3)(x+1)(x-1)$. Se completa la Tabla 2.5.

Por lo tanto, la gráfica de $f(x)$ (Figura 2.19), está por encima del eje X en $(-3, -1)$ y $(1, +\infty)$ y por debajo del eje X en $(-\infty, -3)$ y $(-1, 1)$.

	$(-\infty, -3)$	$(-3, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, +\infty)$
$(x+3)$	−	+	+	+
$(x+1)$	−	−	+	+
$(x-1)$	−	−	−	+
$f(x)$	−	+	−	+

Tabla 2.5

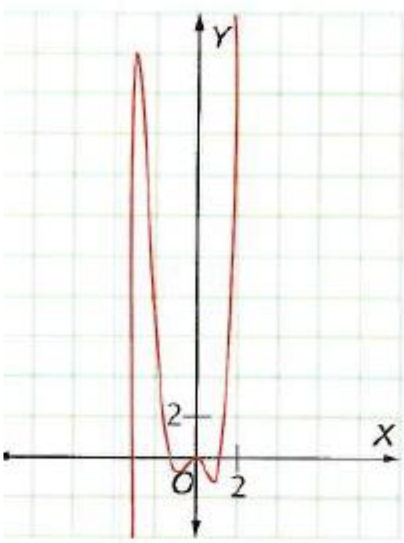


Figura 2.19

En esta sesión implementaremos algunos softwares que nos permitan graficar ciertos tipos de funciones como son: Geogebra, Derive, R, XMaxima…

Estos pueden manejarse en línea como Geogebra y descargarse hasta en el celular.

APLICACIÓN

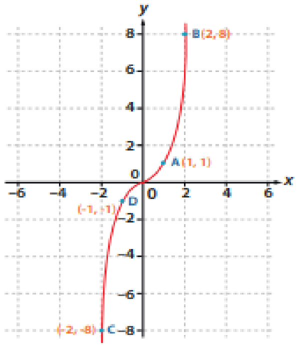
PRACTICO LO QUE APRENDI

El análisis de los modelos funcionales son muy importante para el avance y desarrollo de la ciencia y la vida. Por lo que te invito a que veas detenidamente los siguientes videos y de cada uno vas a realizar un buen resumen de cada uno.

a. https://youtu.be/KSwgSnCGl3I
b. https://youtu.be/-YCrf-fmS-Q

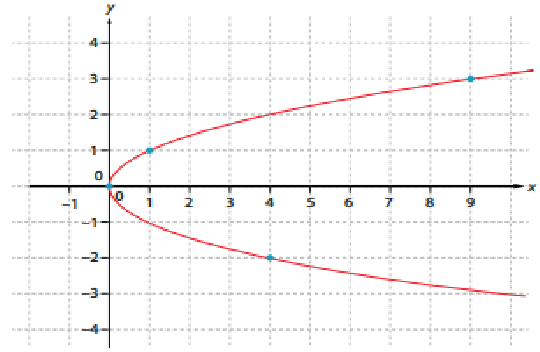
Observe las gráficas presentadas y para cada una, complete la tabla de valores en la que incluya cinco valores para la variable *x* y los cinco valores correspondientes para la variable *y*.

1



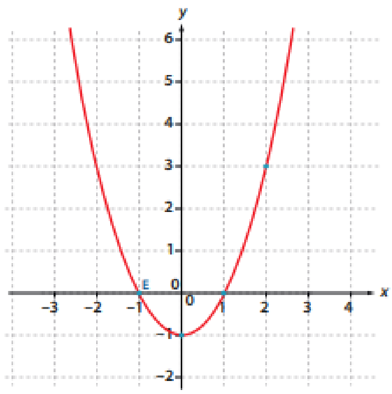
x					
y					

2



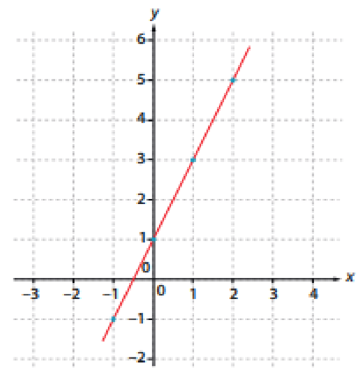
x					
y					

3



x					
y					

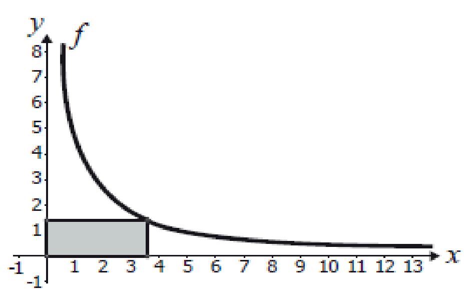
4



x					
y					

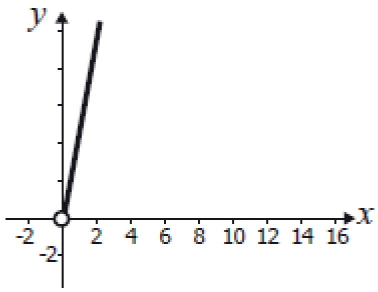
<u>3. del texto guía desarrollar los ejercicios 5, 6 y 7 en la página 41.</u> Texto todos a aprender.

El área de los rectángulos que se pueden construir a partir del origen, los ejes y un punto que pertenece a la gráfica de la función $f(x)=\dfrac{5}{x}$, donde $x > 0$, se describe con la expresión $A_x = xf(x)$.

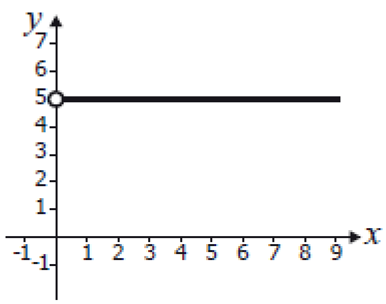


¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a A_x?

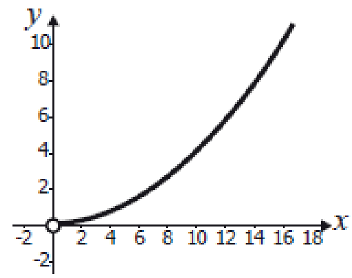
A.



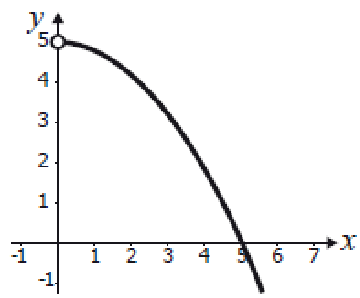
B.



C.



D.



ESTRATEGIA DE EVALUACIÓN

Entrega y revisión de la Guía de aprendizaje.
Interpretación, planteamiento y solución de ejercicios.
Síntesis de videos.
Despeje de incógnitas de una expresión matemática.
Participación y Sustentación del trabajo.

AUTOEVALUACIÓN

¿QUÉ APRENDÍ?

¿Qué sabia?	¿Qué he ido aprendiendo?	¿Qué sé ahora?

Valoraciones	
Propuestas de mejora	