	INSTITUCIÓN EDUCATIVA MADRE LAURA ***HACIA LA TRANSFORMACION CON AMOR*** ***NIT 8060035965- DANE 113001002413***

QUÉDATE EN CASA

GUIA DE APRENDIZAJE –AREA de MATEMÁTICA 11°

DOCENTE: FABIAN TAFUR RAAD
Periodo: 1ER PERÍODO
Semana: 29 de Marzo-2021
Enviar al whatsapp 3235960953 o al correo faeltara07@hotmail.com

Tema: Desigualdades e Inecuaciones

Propósito de aprendizaje:

Comparo y contrasto las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y las de sus relaciones y operaciones para construir, manejar y utilizar apropiadamente los distintos sistemas numéricos.

Analizo representaciones decimales de los números reales para diferenciar entre racionales e irracionales.

DBA: Justifica la validez de las propiedades de orden de los números reales y las utiliza para resolver problemas analíticos que se modelen con inecuaciones.

Evidencias de aprendizaje
Utiliza propiedades del producto de números Reales para resolver desigualdades e inecuaciones.

Interpreta las operaciones en diversos dominios numéricos para validar propiedades de ecuaciones e inecuaciones.

INTRODUCCIÓN

La matemática es una ciencia de estudio que nos lleva a la investigación de estructuras abstractas definidas axiomáticamente utilizando la lógica y la notación matemática.
Es una materia fundamental en nuestra vida, en especial para nuestro futuro profesional y para eso debemos aprender algunos de los temas principales de esta misma.

Una inecuación es una desigualdad en la que aparecen números y letras ligados mediante las operaciones algebraicas. Las inecuaciones se clasifican por su grado y por su número de incógnitas.

Soluciones de una inecuación son los valores de la(s) incógnita(s) que cumplen la desigualdad. En las inecuaciones con una incógnita el conjunto de soluciones suele darse mediante intervalos. En las inecuaciones con dos incógnitas, el conjunto de soluciones suele ser una región del plano.

INDAGACIÓN

La posición de un cuerpo con respecto a un cero de referencia, con movimiento rectilíneo uniforme está dada por $x(t) = -8t + 56$. Donde la velocidad de movimiento constante es 8m/s hacia la izquierda, la posición inicial es 56m (cuando t=0). Los valores de tiempo para que la posición final sea menor de -32m, es.

a. $t > 12$ b. $t < 12$

c. $t > 11$ d. $t < -11$

CONCEPTUALIZACIÓN

LO QUE ESTOY APRENDIENDO

Una **desigualdad** es una relación de orden que se da entre dos cantidades cuando estas son distintas.

Dos números reales *a* y *b*, se pueden comparar como se muestra en la Tabla 1.2.

Notación	Ejemplos
$a < b$ significa que a es menor que b.	$3 < 5$ $-6 < -4$ $-7 < 5$ $0 < 5$
$a > b$ significa que a es mayor que b.	$9 > 3$ $-5 > -6$ $7 > -5$ $0 > -4$
$a \leq b$ significa que a es menor o igual que b.	$7 \leq 7$ $-5 \leq -1$ $-5 \leq 4$ $0 \leq 6$
$a \geq b$ significa que a es mayor o igual que b.	$8 \geq 7$ $-8 \geq -9$ $6 \geq 6$ $0 \geq -4$
La notación $a \neq b$ significa que a no es igual a b.	$5 \neq 3$

Tabla 1.2

Para la ampliación del tema en su libro en las paginas 16 - 17.

INTERVALOS

Se conoce como **intervalo** al conjunto de números reales que va de un número a otro o que están comprendidos entre otros dos dados: *a* y *b*, o **extremos del intervalo**.

Clasificación de Intervalos

Nombre del intervalo	Notación de intervalos
Abierto	(a, b)
Abierto a la izquierda y cerrado a la derecha	$(a, b]$
Cerrado a la izquierda y abierto a la derecha	$[a, b)$
Cerrado	$[a, b]$
Infinito abierto a la izquierda	$(a, +\infty)$
Infinito cerrado a la izquierda	$[a, +\infty)$
Infinito abierto a la derecha	$(-\infty, b)$
Infinito cerrado a la derecha	$(-\infty, b]$
Infinito	$(-\infty, +\infty)$

Determinación por conjuntos	Notación de intervalos	Representación gráfica	Interpretación
$\{x/a < x < b\}$	(a, b)	a b	Todos los números entre a y b.
$\{x/a < x \leq b\}$	$(a, b]$	a b	Todos los números entre a y b, incluyendo b.
$\{x/a \leq x < b\}$	$[a, b)$	a b	Todos los números entre a y b, incluyendo a.
$\{x/a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	a b	Todos los números entre a y b, incluyendo a y b.
$\{x/x > a\}$	$(a, +\infty)$	a	Todos los números mayores que a.
$\{x/x \geq a\}$	$[a, +\infty)$	a	Todos los números mayores o iguales que a.
$\{x/x < b\}$	$(-\infty, b)$	b	Todos los números menores que b.
$\{x/x \leq b\}$	$(-\infty, b]$	b	Todos los números menores o iguales que b.
$\mathbb{R}$	$(-\infty, +\infty)$		Todos los números reales.

Ejemplo 1

Para representar un intervalo sobre la recta numérica, debe interpretarse a cuál subconjunto de la recta real corresponde. Así, $\{x/\ 2 < x \leq 5\}$ corresponde al intervalo $(2, 5]$, cuya representación se muestra en la Figura 1.11.

Figura 1.11

Ejemplo 2

Para participar en una prueba atlética, los competidores deben tener edades desde los 14 hasta los 18 años. Todos los jóvenes cuya edad se encuentre en ese intervalo pueden participar.

Figura 1.12

En este caso las edades pertenecen al intervalo cerrado $[14, 18]$.

Ejemplo 3

Se conoce como intervalo fundamental de temperatura, al comprendido entre la temperatura de fusión del hielo y la del vapor de agua hirviendo a la presión de 760 mm de mercurio; estas temperaturas constituyen los puntos fijos. En la escala Celsius esas temperaturas son 0° C y 100° C, respectivamente.

Así, el intervalo fundamental en esa escala es el intervalo (0, 100).

Ejemplo 4

Sean $A = [-3, 4]$ y $B = [-1, 7]$ se pueden efectuar todas las operaciones establecidas para los conjuntos. En la Figura 1.13 se representan los intervalos A y B; luego se realizan algunas operaciones con ellos.

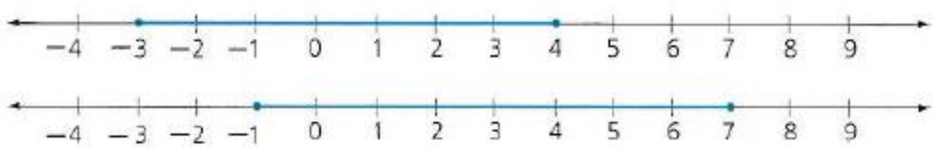


Figura 1.13

$A \cap B = [-1, 4]$ $\quad A \cup B = [-3, 7]$ $\quad A - B = [-3, -1)$

$B - A = (4, 7]$ $\quad A^c = (-\infty, -3) \cup (4, +\infty)$ $\quad B^c = (-\infty, -1) \cup (7, +\infty)$

Inecuaciones

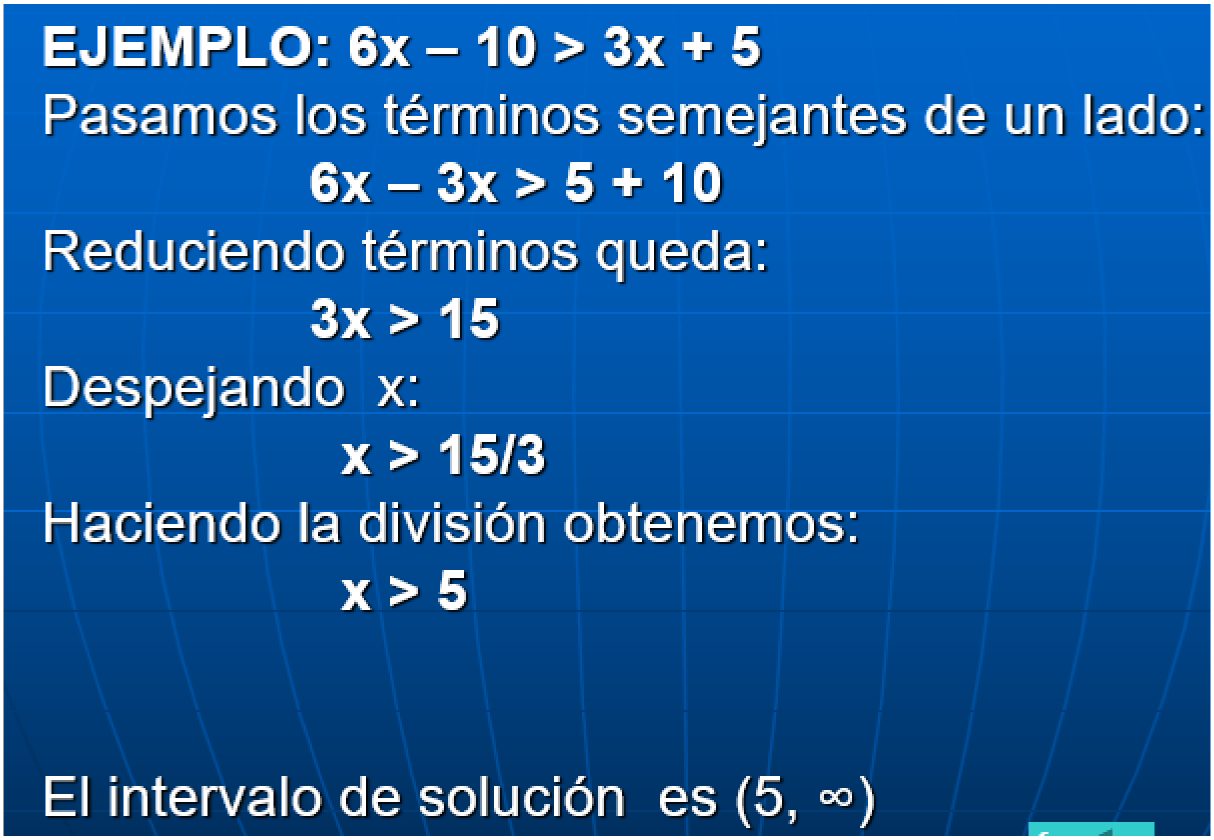
Una inecuación es una desigualdad en la que aparecen números y letras ligados mediante las operaciones algebraicas. Las inecuaciones se clasifican por su grado y por su número de incógnitas.

Inecuaciones Lineales

Una desigualdad que tiene por lo menos una incógnita con exponente 1 recibe el nombre de **inecuación lineal**.

Cuando se plantea una inecuación lineal puede ocurrir que uno, ninguno o varios valores satisfacen la desigualdad. Encontrar dichos valores consiste en resolver la inecuación y para ello, se aplican las propiedades de las desigualdades y los procesos algebraicos empleados en el despeje de ecuaciones.

Ejemplo:



Una persona que toma un taxi debe paga $ 2000 por el arranque de la carrera y $ 0.8 por cada metro recorrido, si la persona tiene $ 12.000 escriba la expresión que muestre cuántos metros puede avanzar como máximo en su recorrido, con ese dinero.

Explicación:

En este tipo de aplicaciones lo conveniente siempre será relacionar una variable precisamente que relacione la **pregunta**, en este caso, se nos pregunta cuantos **metros** puede avanzar como máximo en el recorrido, para nosotros las variables son letras aquí supongamos a X.

X será la cantidad de metros que se puede recorrer en el taxi.

En segundo lugar, escribimos el enunciado en forma de inecuación:

$$\mathbf{2000 + 0.8X \leq 12000}$$

Te preguntaras por qué menor e igual, y no mayor o mayor e igual que, esto es porque el enunciado te dice que el cliente tiene en total $12000.

Una vez revisado que el planteamiento está bien, se procede a resolverlo, para dar respuesta a la pregunta pedida.

Esto es,

$$\mathbf{2000 + 0.8X \leq 12000}$$

$\mathbf{0.8X \leq 12000 - 2000}$ **,** **se traspone el termino independiente $2000**
$\mathbf{0.8X \leq 10000}$
$\mathbf{X = \frac{10000}{0.8}}$ **se despeja la variable**
$\mathbf{X = 12500}$ **; por tanto, el pasajero puede recorrer 12500 metros en el taxi por sus $12.000.**
Estos mismos pasos se utilizan para inecuaciones cuadráticas, por ejemplo.

Inecuaciones Cuadráticas

Una **inecuación cuadrática** es de la forma: $ax^2 + bx + c < 0$, u otra expresión de la forma anterior, que incluya alguno de los otros símbolos de desigualdad.

Ejemplo 2

Para resolver la inecuación $x^2 - x - 20 > 0$, se aplican los siguientes pasos:

1. Se iguala el polinomio cuadrático $x^2 - x - 20$ a cero y se obtienen las raíces de la ecuación de segundo grado usando la fórmula cuadrática.

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-20)}}{2(1)} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

2. Se representan esos valores en la recta real, se toma un punto de cada uno de los tres intervalos en los que queda dividida la recta y se evalúa el polinomio $x^2 - x - 20$ con estos. La solución S está compuesta por los intervalos (o el intervalo) que definen los resultados de la evaluación que satisfacen la desigualdad. En este caso, la solución es: $S = (-\infty, -4) \cup (5, +\infty)$.

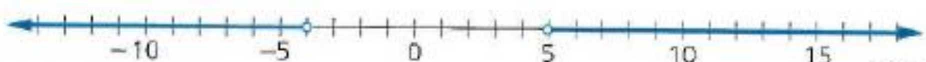


Figura 1.24

2. Si el precio p de cierto articulo depende de la cantidad demandada q y está dada por p = 150 – 3q, ¿cuántas unidades deben producirse y venderse para obtener ingresos de al menos US$ 1800?

$(150 - 3q)q \geq 1800$
$150q - 3q^2 - 1800 \geq 0$
$-3q^2 + 150q - 1800 \geq 0$
$3q^2 - 150q + 1800 \leq 0$
$q^2 - 50q + 600 \leq 0$
q - 20

q - 30

q 1: 20
q 2: 30

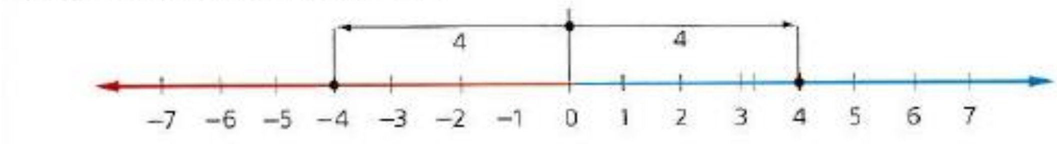
Deben producirse y venderse entre 20 y 30 unidades para obtener ingresos de al menos 1800 dólares.

VALOR ABSOLUTO

El **valor absoluto** de un número real representa la distancia que hay de ese número a cero. El valor absoluto de a, se denota $|a|$.

Ejemplo:

La distancia de -4 y de 4 a cero es la misma, así que $|-4| = |4| = 4$, como se observa en la Figura 1.25.



Propiedades del valor absoluto

El valor absoluto cumple las siguientes **propiedades** para a y b números reales.

1. $|a| \geq 0$ **2.** $|a| = 0$ si y solo si $a = 0$ **3.** $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

4. $|a + b| \leq |a| + |b|$ **5.** $|-a| = |a|$ **6.** $|a - b| = 0$ si y solo si $a = b$

7. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ si $b \neq 0$ **8.** $|x|^2 = x^2$

9. Para k, un número real positivo, $|x| < k$ si y solo si $-k < x < k$.

Figura 1.26

10. Para k, un número real positivo, $|x| > k$ si y solo si $x > k$ o $x < -k$.

Figura 1.27

Ejemplo:

Existen inecuaciones con valor absoluto como $|x - 4| > 12$ y para saber cuáles valores de x la satisfacen se aplica la propiedad 10, ya que $12 > 0$. Con dicha propiedad se obtiene que $x - 4 > 12$ o $x - 4 < -12$. De donde $x > 16$ o $x < -8$.

Ejemplo:

La inecuación $|x-3|<4$ se resuelve al aplicar la propiedad 9 del valor absoluto, ya que $4>0$. Con base en ella, $-4<x-3<4$ y para resolverla se adiciona 3 a cada miembro de la inecuación:

$-4+3<x-3+3<4+3$, de lo cual $-1<x<7$.

Así, la solución de la inecuación $|x-3|<4$ es el intervalo abierto $(-1, 7)$.

Figura 1.28

Ejemplo:

Para resolver la inecuación $|3x+5|>8$ se aplica la propiedad 10 del valor absoluto, en cuanto que $8>0$.

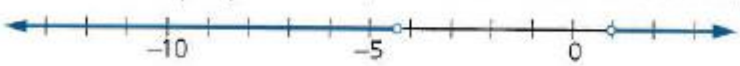
De ello se tiene que: $3x+5>8$ o $3x+5<-8$.

Al resolver la primera inecuación la solución es $x>1$, es decir, cualquier valor en el intervalo $(1, +\infty)$; en tanto que la solución de $3x+5<-8$ es $x<-\frac{13}{3}$ o sea el intervalo $\left(-\infty, -\frac{13}{3}\right)$.

Con esto, la solución de la inecuación $|3x+5|>8$ es

$S=\left(-\infty, -\frac{13}{3}\right)\cup(1, +\infty)$.

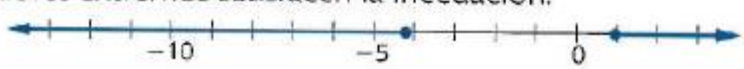
La "o" que se usa en la propiedad 10, indica la unión de dos conjuntos.



Ejemplo:

La solución de la inecuación $|3x+5|\geq 8$ incluye los valores extremos que no fueron incluidos en la inecuación del Ejemplo 7.

Así, la solución de $|3x+5|\geq 8$ es el conjunto $S=\left(-\infty, -\frac{13}{3}\right]\cup[1, +\infty)$, ya que los valores extremos satisfacen la inecuación.



APLICACIÓN

PRACTICO LO QUE APRENDI

1. Realizar una síntesis de la guía en tu cuaderno.
2. Desarrollar los ejercicios 3,4,5,6,7 y 8 de la página 17 del texto guía.
3. Desarrollar los ejercicios 1,3 y 6 del texto guía, pagina 20.

ESTRATEGIA DE EVALUACIÓN

¿Cómo sé que aprendí?

1. Analizar los siguientes videos y describe lo aprendido.
   https://youtu.be/KlOPLPhiSiI
   https://youtu.be/0tuglYLNjl0
2. Desarrollar los ejercicios 4 y actividad de aprendizaje del texto guía, pagina 25.

AUTOEVALUACIÓN

¿QUÉ APRENDÍ?

Evidencias	SI	NO
Identifico una Desigualdad		
Interpreto cualquier tipo de Intervalo.		
Represento un intervalo en la recta numérica.		
Desarrollo aplicaciones con Inecuaciones.		
Establezco diferencias entre una inecuación lineal y una cuadrática.		